

Zulassungsverfahren «sur dossier»: Fachdossier Mathematik inkl. Beispielaufgaben

Anforderungen für das Zulassungsverfahrens «sur dossier» an der HfH

Zentrum Ausbildung und Weiterbildung

14. Januar 2025

Inhaltsverzeichnis

1	Allgemeine Studierfähigkeit – Bereich Mathematik	3
2	Schwerpunkte für das Kompetenzgespräch	3
2.1	Grundvoraussetzung: Algebra und Funktionen	3
2.2	Differenzial- und Integralrechnung	3
2.3	Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik	4
3	Empfehlungen zur Vorbereitung	4
3.1	Formelsammlungen	4
3.2	Aufgabensammlungen	4
3.3	Lehrbücher: (Theorie und Aufgaben)	4
3.4	Lehrvideos	5
4	Quellen	5
5	Beispielaufgaben Basisaufgaben	5
6	Beispielaufgaben Stochastik	7

1 Allgemeine Studierfähigkeit – Bereich Mathematik

Allgemeine Studierfähigkeit bedeutet, über basale mathematische Kompetenzen zu verfügen. Zu den basalen mathematischen Kompetenzen gehören nebst dem mathematischen Wissen auch die basalen Themen flexibel und adaptiv anwenden zu können.

Eine ausführliche Beschreibung der basalen fachliche Kompetenzen für die allgemeine Studierfähigkeit in Mathematik findet sich im Anhang 2 zum <u>Rahmenlehrplan</u> für Maturitätsschulen (EDK, 2024).

2 Schwerpunkte für das Kompetenzgespräch

Im Folgenden sind die Schwerpunkte, die für das Kompetenzgespräch besonders relevant sind, aufgeführt. Ziel ist, dass bei der Vorbereitung auf das Kompetenzgespräch klar wird, welche Themen im Speziellen vorbereitet werden sollen und für welche weiterführende Ziele sie bearbeitet werden.

2.1 Grundvoraussetzung: Algebra und Funktionen

Voraussetzungen:

- Grundoperationen der elementaren Algebra (Rechnen mit Bruchtermen; Rechnen mit Potenzen und Logarithmen; Lösen von linearen und nichtlinearen Gleichungen; Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme)
- Graphen der elementaren Funktionen (er)kennen (Polynomfunktionen, Potenzfunktionen,
 Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen und trigonometrische Funktionen)

Ziel Anwendung für das Studium:

- Sachverhalte durch eine Funktion bzw. durch einen Funktionsgraphen darstellen können.
- Verschiedene Funktionen und Funktionstypen miteinander vergleichen können

2.2 Differenzial- und Integralrechnung

Voraussetzungen:

- Funktionen und ihre Darstellungsarten (Ableitungen und Stammfunktionen der elementaren Funktionen)
- Grenzwertverhalten von Funktionen (grafische Interpretation)

Ziel Anwendung für das Studium:

- Grafische Darstellungen verstehen und interpretieren können; Wie lässt sich das Maximum und Minimum in einem Graf auffinden? Wie lässt sich ein Anstieg interpretieren? Wie können die grafischen Vermutungen rechnerisch präzise ausgedrückt werden?
- Wie kann die momentane Änderung einer durch eine Funktion beschriebenen Grösse mathematisch präzise bestimmt werden.
- Erkennen, dass aufgrund des Änderungsverhaltens (= der Ableitung) mit Hilfe der Integralrechnung auf die zugrundeliegende Funktion geschlossen werden kann.
- Interpretation des Integrals als Fläche unter einem Graphen und Anwendung des Integrals in verschiedenen Gebieten



2.3 Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Voraussetzungen:

- Bruchrechnen, insbesondere Umgang mit Prozenten, Summenzeichen sowie Fakultät
- Potenzgesetze
- Grafische Darstellung statistischer Datensätze
- Kombinatorik: insbesondere Binomialkoeffizienten
- Grundlegendes Verständnis der Binomial- und Normalverteilung mit den wesentlichen Eigenschaften

Ziel Anwendung für das Studium:

- Mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung einfache Modelle berechnen können und aufgrund der Berechnungen Aussagen formulieren können.
- Mit Hilfe der deskriptiven Statistik statistische Auswertungen verstehen und interpretieren: grafische /numerische Darstellungen, Lage- und Streumasse, Streudiagramme und Grundidee der Korrelation.
- Hypothesen aufstellen und die Hypothesen mit geeigneten statistischen Verfahren testen
- Verstehen und Anwendung der g\u00e4ngigsten Tests der schliessenden Statistik aus den Sozialwissenschaften

3 Empfehlungen zur Vorbereitung

Im Folgenden finden Sie eine Literaturliste, die Ihnen bei Ihrer Vorbereitung behilflich sein kann.

3.1 Formelsammlungen

- Adrian Wetzel: Formelsammlung Mathematik; Eigenverlag; 5. Auflage; ISBN 978-3-9523907-1-9 (www.formelsammlung.ch)
- DUDEN Mathematik, Basiswissen Schule 5. bis 10. Klasse Buch und CD-Rom in Verbindung mit dem Internet paetec, Berlin und Bibliographisches Institut, Mannheim, 2008; ISBN 978-3-411-71502-2

3.2 Aufgabensammlungen

- DMK (Deutschschweizerische Mathematikkommission); Algebra 7 / 8; Orell Füssli, 2. Auflage, 2016;
 ISBN 978-3-280-04071-3 (Basiswissen, Sekundarstufe I)
- DMK (Deutschschweizerische Mathematikkommission); Algebra 9 / 10; Orell Füssli, 2. Auflage, 2018;
 ISBN 978-3-280-04072-0 (Basiswissen Sekundarstufe II)
- DMK (Deutschschweizerische Mathematikkommission); Stochastik; Orell Füssli, 2. Auflage, 2018;
 ISBN 978-3-280-04139-0
- DMK, Analysis, Orell Füssli, 1. Auflage, ISBN 978-3-280-04200-7

3.3 Lehrbücher: (Theorie und Aufgaben)

- Adrian Wetzel: Mathematik einfach verständlich; Mathematik für die Oberstufe; Eigenverlag; ISBN 978-3-9523907-0-2 (www.formelsammlung.ch)
- Mathematik Neue Wege 1: Arbeitsbuch für Schweizer Maturitätsschulen Sekundarstufe II; westermann; 2018; ISBN: 978-3-0359-1400-9
- Mathematik Neue Wege 2: Arbeitsbuch für Schweizer Maturitätsschulen Sekundarstufe II; westermann; 2019; ISBN: 978-3-0359-1402-3
- Wahrscheinlichkeitsrechnung und beschreibende Statistik, Compendio Bildungsmedien Zürich, ISBN 978-3-715-59352-4.
- Abi-Countdown Wahrscheinlichkeitsrechnung Leistungskurs, Manz Verlag, Stuttgart, ISBN 978-3-78-633021-9

3.4 Lehrvideos

- Studyflix.de

4 Quellen

 EDK (2024). Rahmenlehrplan für Maturitätsschulen – Anhang 2: Basale fachliche Kompetenzen für allgemeine Studierfähigkeit in Erstsprache und Mathematik. URL: https://www.edk.ch/de/themen/gymnasium

5 Beispielaufgaben Basisaufgaben

Arithmetik (ohne Taschenrechner)

1. Berechnen Sie:

a)
$$\frac{-5}{2}$$
: $\left[4 + \left(-\frac{15}{2}\right)\right]^2 \cdot \frac{3}{8}$

b)
$$\sqrt{144 - 64}$$

Algebra

2. Vereinfachen Sie die folgenden Terme, d.h. schreiben Sie die Terme ohne Klammern, so weit wie möglich zusammengefasst und so weit wie möglich gekürzt.

a)
$$n \cdot (2n-1) + n \cdot (2-n)$$

b)
$$(a-4b) \cdot (a^2+9) - (a-4b) \cdot a^2 + 9$$

c)
$$\frac{2a+5}{2} - \frac{a+7}{3}$$

$$d) \quad \frac{15ab^2}{8c^2d} \cdot \frac{24bc}{45b}$$

3. Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf:

a)
$$3x^2 + 5x - 18 = 2x^2 - 4$$

b)
$$(x+2)(4x-3) = 0$$

4. Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme nach x und y auf.

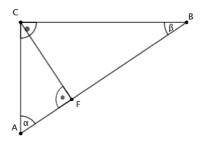
$$\begin{vmatrix} 7x - 8y = 22 \\ 5x + 12y = -2 \end{vmatrix}$$

5. Beim Winzer ist eine kleine Flasche Weisswein 3 Franken billiger als eine kleine Flasche Rotwein. Wenn ich für Fr. 48.- Rotwein kaufe, dann erhalte ich sechs Flaschen weniger, als wenn ich für Fr. 42.- Weisswein kaufe. Wie viel kostet eine kleine Flasche Weisswein? Lösen Sie die Aufgabe mit Hilfe einer Gleichung.

Geometrie

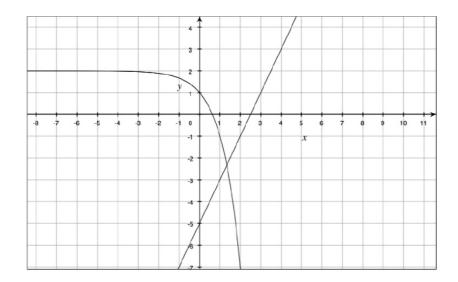
6. Im rechtwinkligen Dreieck ABC gilt: BC = 20 cm, FC = 12 cm.

Berechnen Sie die Längen der Strecken AB und AC, sowie die Winkel α und β .



Funktionen

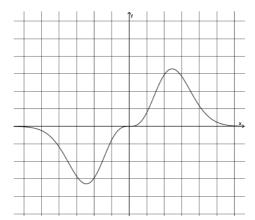
- 7. Gegeben sind die Punkte A (-4/20) und B (16/-5)
 - a) Bestimmen Sie den Abstand der Punkte A und B.
 - b) Geben Sie die Funktionsgleichung der Geraden an, die durch die Punkte ${\cal A}$ und ${\cal B}$ geht.
- **8.** Bestimmen Sie die Funktionsgleichung zu den gegebenen Graphen.

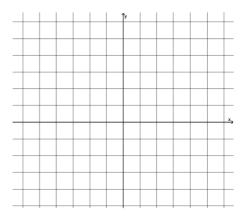


9. Die Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10$ ist gegeben. In welchen Punkten hat die Funktion die Steigung m = 9?

10. Gegeben ist der Graph einer Funktion.

- a) Kennzeichnen Sie Nullstelle, Extremalstellen und Wendepunkte der Funktion.
- b) Skizzieren Sie dann den Graphen der Ableitungsfunktion im untenstehenden Koordinatensystem





6 Beispielaufgaben Stochastik

Sie dürfen für die Lösung der ganzen Aufgabe technische Hilfsmittel wie Taschenrechner, Excel, Geogebra etc. brauchen. Sie müssen allerdings Ihre Lösungswege und Berechnungen erklären können. Zugleich müssen Sie erläutern können, warum Sie was machen.

Teil 1: Datenanalyse

Eine Firma stellt Farbstifte her. Bei einer Stichprobe wird die Länge von 120 Farbstiften gemessen und in einer Tabelle zusammengefasst.

L	änge in	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199
m	ım										
Α	nzahl	2	2	0	4	29	49	33	0	0	1

- a) Stellen Sie die Tabelle in einem Histogramm dar.
- b) Bestimmen Sie die relevanten Lage- und Streuungsmasse.
- c) Stellen Sie die Daten in einem Boxplot dar. Berücksichtigen Sie allfällige Ausreisser.
- d) Interpretieren Sie die Resultate aus den Teilaufgaben b) und c)

Eine für die Farbstiftfirma weitere wichtige Grösse ist der Durchmesser der Farbstifte. In einer Stichprobe von 20 Bleistiften wurden Länge und Durchmesser gemessen.

Es soll nun untersucht werden, ob ein linearer Zusammenhang zwischen Farbstiftlänge und Farbstiftdurchmesser besteht.

Länge in mm	190	196	195	195	194	195	191	199	191	195
Durchmesser in mm	4.93	5.01	4.98	5.03	4.97	5.01	4.86	5.04	4.89	5.03
Länge in mm	195	196	191	193	196	195	194	195	196	194
Durchmesser in mm	5.02	5.08	4.72	4.99	5.03	5.04	4.99	5.11	5.07	4.94

- e) Bestimmen Sie die Regressionsgerade und den Korrelationskoeffizienten und stellen Sie die Situation in einem geeignet gewählten Koordinatensystem dar.
- f) Interpretieren Sie das Resultat mit Hilfe der Regressionsgerade und des Korrelationskoeffizienten.

Teil 2: Normalverteilung

Aufgrund von jahrelanger Erfahrung geht die Firma davon aus, dass sowohl die Farbstiftlängen als auch die Farbstiftdicken normalverteilt sind.

- a) Die Länge fabrikneuer Farbstifte ist normalverteilt mit Erwartungswert $\mu=195mm$ und Standardabweichung $\sigma=1.5mm$.
 - i) Stellen Sie die Verteilung der Farbstiftlänge in einem Koordinatensystem dar. (beschriftete Handskizze oder Grafik mit Hilfe von z.B. Geogebra)
 - ii) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Farbstift mindestens 194mm lang ist.
 - Kennzeichnen Sie den entsprechenden Bereich in ihrer Skizze / Grafik
 - iii) Wie lange muss ein Farbstift mindestens sein, damit er zu den längsten 10% gehört?
 - Kennzeichnen Sie den entsprechenden Bereich in ihrer Skizze / Grafik.
- b) Messungen haben ergeben, dass der Durchmesser fabrikneuer Farbstifte normalverteilt ist.
 - 5% der Farbstifte haben einen Durchmesser, der kleiner ist als 4.92mm, und 12% haben einen Durchmesser, der grösser ist als 5.07mm.
 - i) Skizzieren Sie die Situation in einem geeigneten Koordinatensystem
 - ii) Bestimmen Sie den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ des Durchmessers der Farbstifte (in mm).

Teil 3: Testen von Hypothesen

a) Eine Testperson behauptet, dass sie mit verbundenen Augen die richtige Farbe eines Farbstiftes ertasten kann.

Um die Behauptung zu testen, wird folgende Versuchsanordnung entworfen:

- Es werden eine grosse Anzahl Farbstifte in 12 verschiedenen Farben in einen Behälter gelegt.
- Aus diesem Behälter wählt die Testperson mit verbundenen Augen zufällig 60 Farbstifte aus.
- Die Testperson ertastet die Farben der Stifte und notiert die «ertastete»
 Farbe

Die Testperson notiert bei 10 Farbstiften die richtige Farbe. Kann die Testperson tatsächlich die Farben ertasten?

Testen Sie die Nullhypothese H_0 : $p \le \frac{1}{12}$ einseitig auf dem 5%-Niveau, um die Frage zu beantworten.

(Die Nullhypothese besagt also, dass die Testperson rät.)

b) Die Verkaufsabteilung erhebt die Anzahl der verkauften Schachteln Farbstifte pro Monat und hat diese in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Monat	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Juni	Juli	Aug	Sept	Okt	Nov	Dez
Anzahl*	1763	1457	1652	1636	1751	1598	1267	2138	1458	1683	1496	2059

^{*} Anzahl verkaufter Farbstiftschachteln im besagten Monat

Die Verkaufsabteilung glaubt, dass übers Jahr verteilt mehr oder weniger gleich viele Schachteln pro Monat verkauft werden und stellt deshalb folgende Hypothese auf: «Die Anzahl der verkauften Schachteln ist übers Jahr gleichverteilt».

Testen Sie diese Hypothese mit dem χ^2 -Test auf dem 5% -Niveau und beurteilen Sie die Aussage der Verkaufsabteilung.

c) Erklären Sie an einem eigenen Beispiel den Unterschied und die Bedeutung eines Fehlers 1. Art und eines Fehlers 2. Art beim Testen von Hypothesen